

考虑硬刚度特性的压缩机轴系弯扭耦合振动特性分析

张皓 赵翔 张冬梅 左松

(中国人民解放军联勤保障部队工程大学, 重庆 401331)

摘要:【目的】为探究联轴器变刚度特征对轴系振动行为的影响规律,以压缩机电动机转子-联轴器-曲轴-轴承系统为对象进行研究。【方法】采用Lagrange法构建了轴系弯扭耦合动力学模型。通过数值仿真分析了联轴器变刚度特性、转速以及轴承间隙对系统振动响应、相空间轨迹及非线性行为(如混沌、分叉)的影响。【结果】结果表明,联轴器变刚度特性会导致相空间出现“锯齿形”波动,但对轴心轨迹变化规律影响较小。随着转速升高,变刚度特性诱发了混沌与分叉等非线性行为,导致共振峰右移且不稳定区幅值增大,相空间波动随轴承间隙减小而减弱。研究结果可为轴系弯扭耦合振动行为预测及运行转速选择提供指导。

关键词: 压缩机轴系; 弯扭耦合; 硬刚度; 非线性动力学; 分岔

中图分类号: TH457 **DOI:** 10.16579/j.issn.1001.9669.2026.06.011

0 引言

往复式压缩机因其压缩比高、压力范围广以及效率高等优点^[1],在化工加工中的加氢、重整、原料气环节应用广泛^[2]。其中,压缩机的核心动力部件电动机转子-联轴器-曲轴由于结构异形等特点,会引起轴系弯曲振动与扭转振动,产生耦合现象,加之联轴器刚度特性常表现出非线性特征,导致轴系在面临复杂压缩工况时无法准确预测其振动特性。若仍采用定刚度特性来建立轴系弯扭耦合模型会产生较大的误差。因此开展联轴器变刚度特性下轴系弯扭耦合振动行为研究对保障往复式压缩机的稳定运行具有重要意义。

近年来,大量学者开展了轴系弯扭耦合振动特性和联轴器变刚度对轴系振动行为影响的研究。谌璨^[3]考虑陀螺效应和剪切效应的影响,构建了转子-轴承-联轴器-电动机的弯扭耦合动力学模型,探讨了不平衡质量对耦合振动特性的影响规律。张金剑等^[4]针对电动机、静转子偏心的影响,建立了电磁激励下电动机转子-轴承系统的弯扭耦合模型,并开展了偏心质量和动静偏心距离对机组碰摩故障的影响。周生通等^[5]构建了组合载荷下转子-轴承系统的弯扭耦合模型,开展了不同工况下转子扭转角度响应规律研究。陆春荣等^[6]兼顾齿轮和花键联轴器啮合力的影响,构建了联轴器齿轮-转子-轴承的弯扭耦合振动模型,并讨论了偏心距和不对中参数对轴系分岔图的影响规律。任朝晖等^[7]引入转矩时变性、齿轮偏心以及轴承

支撑非线性因素,构建了多自由度转子系统的弯扭耦合动力学模型,探讨了转速、偏心距离以及轴承游隙对系统振动特性的影响规律。杜文龙等^[8]分析了不同激励负载对电动机转子-轴承系统弯扭耦合振动的影响,提出对电动机输出转矩的低频补偿策略以避免系统产生较大的扭转角。SHI等^[9]建立了考虑弧形涡动的水轮发电机组(Hydro-Turbine Generator Unit, HTGU)的弯扭耦合模型,利用参数分岔图探讨了特定参数对轴系振动稳定性的影响规律。由此可以看出,目前在构建轴系弯扭耦合模型时主要考虑了轴承支撑、外界激励以及不对中现象等因素,并未考虑联轴器刚度的非线性特征。而大量学者的研究表明,该因素会造成轴系振动过程中产生亚临界转速、混沌等现象,赵静^[10]开展了联轴器硬/软扭转刚度特性和齿轮激励对轴系扭转角度的影响规律研究。甄满等^[11]采用二次函数,描述联轴器的扭转刚度特性,并指出随着扭转刚度的提高,系统不平衡振动响应峰值明显增加。马建敏等^[12]采用三次函数表征联轴器的扭转刚度特性,并发现冲击角加速度随着刚度的提高而减小。李凌轩等^[13]在此基础上分析了联轴器不对中量和转速对分频振动现象的影响规律。YU等^[14]考虑膜片联轴器径向非线性刚度特性,建立了联轴器弯曲-角向-轴向的耦合动力学模型,并指出刚度的非线性特征会使振动峰值增大,从而出现跳跃、分岔等非线性现象。

已有的研究很少在轴系弯扭耦合模型中考虑联轴器非线性刚度的影响,这导致数值模型所描述的振

收稿日期: 2024-03-08 修回日期: 2024-07-15

作者简介: 张皓,男,1992年生,四川资中人,博士研究生,助理研究员; 主要研究方向为机械振动; E-mail:ljqwxyczx@163.com。

赵翔(通信作者),男,1973年生,湖南慈利人,博士,研究员,硕士研究生导师; 主要研究方向为油料装备; E-mail:544623422@qq.com。

引用格式: 张皓,赵翔,张冬梅,等. 考虑硬刚度特性的压缩机轴系弯扭耦合振动特性分析[J]. 机械强度,2026,48(6):99-109.

ZHANG Hao, ZHAO Xiang, ZHANG Dongmei, et al. Analysis of bending-torsion coupling vibration characteristics of compressor shaft system considering hardening stiffness characteristics[J]. Journal of Mechanical Strength, 2026, 48(6): 99-109.



免费获取

动行为与实际存在偏差。因此,本文在建立弯扭耦合模型时,考虑了联轴器硬刚度特性、外界载荷时变性以及轴承支撑的影响,探究联轴器刚度变化率对轴系振动特性的影响规律。最后,在考虑硬刚度特性下,开展转速和偏心距等参数对轴系分岔图的影响研究。

1 轴系弯-扭耦合动力学模型的建立

1.1 轴系弯-扭集中质量模型的建立

往复式压缩机轴系由电动机转子、联轴器、曲轴3部分组成。因此,将3个部件分别视为具有转动惯量和质量的圆盘,不同圆盘之间通过刚度和阻尼单元进行联接。文献[15-16]研究证实,对于结构对称的轴系而言,其变惯量特性影响较小,而质量偏心是引起弯扭耦合振动的关键因素;王永亮等^[17-18]指出,当采用短轴承油膜力模型时,可忽略交叉刚度的影响。基于上述条件,为便于后续弯扭耦合动力学模型的建立,在此做出如下假设:①忽略滑动油膜支撑中的交叉刚度影响;②忽略轴系变惯量特性的影响。基于上述条件,并引入笛卡儿坐标系 x - y - φ ,可以将轴系转化为具有9个自由度的集中质量模型,如图1所示。

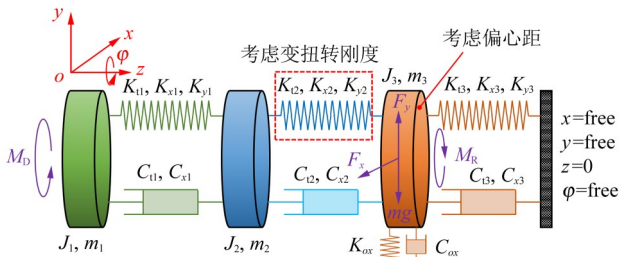


图1 轴系弯扭耦合集中质量模型

Fig. 1 Shaft system bending-torsion coupled lumped mass model

1.2 轴系集中质量模型参数的计算

1.2.1 弯曲/扭转刚度参数的计算

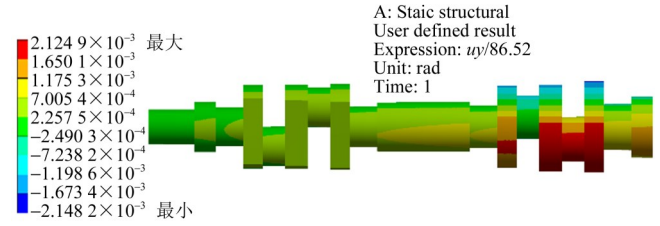
联轴器为外购件,其刚度参数可直接通过技术参数表获取。轴系的弯曲/扭转刚度参数可通过生产厂家或有限元计算方式获取,其中曲轴具有异形结构特点,传统刚度计算式较为复杂,因此可通过有限元的方式获取^[19]。电动机转子具有结构对称性的特点,刚度参数同样可以通过有限元的方式获取。进行扭转刚度有限元计算流程时,将部件一端设置为固定约束,另一端施加转矩^[20]。进行弯曲刚度有限元计算时,将部件一端设置为固定约束,另一端施加位移^[21]。图2~图3分别为曲轴和电动机转子的扭转变形和弯曲变形示意图。

在获取轴系扭转和弯曲方向的变形量后,可得到轴系刚度参数,为

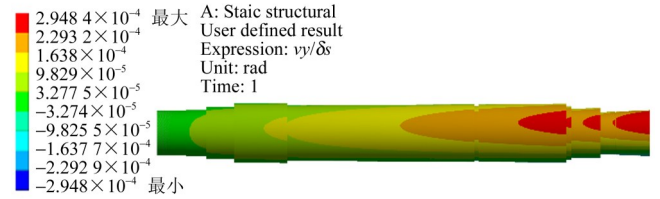
$$\begin{cases} K_t = \frac{\Delta T}{\Delta \varphi} \\ K_b = \frac{1\,000\Delta F}{\Delta L} \end{cases} \quad (1)$$

式中, K_t 为扭转刚度; K_b 为弯曲刚度; ΔT 为圆盘外力

矩; $\Delta \varphi$ 为圆盘扭转变形角度; ΔF 为圆盘支反力; ΔL 为圆盘弯曲变形量。



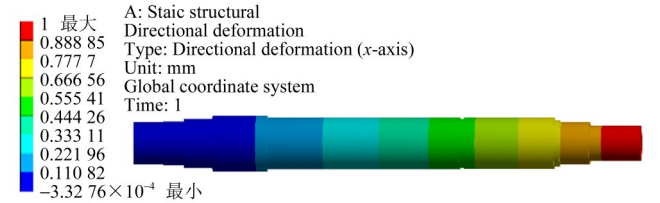
(a) 曲轴扭转变形



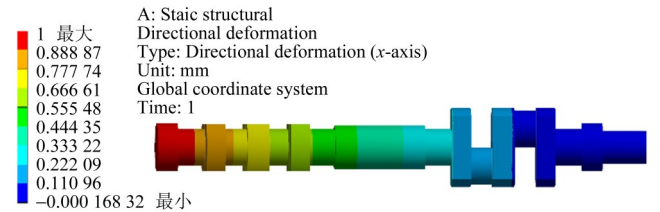
(b) 电动机转子扭转变形

图2 轴系扭转变形示意图

Fig. 2 Schematic diagram of shaft system torsional deformation



(a) 曲轴弯曲变形



(b) 电动机转子弯曲变形

图3 轴系弯曲变形示意图

Fig. 3 Schematic diagram of shaft system bending deformation

1.2.2 弯曲/扭转阻尼参数的计算

阻尼参数一般具有非线性特征,因此常用经验公式获取。由文献[22]可知,轴系弯曲阻尼 C_b 、扭转阻尼 C_t 与转子转速、质量以及转动惯量相关,其计算式为

$$\begin{cases} C_b = C_x = C_y = \chi_b m \omega \\ C_t = \chi_t J \omega \end{cases} \quad (2)$$

式中, C_x 、 C_y 分别为 x 、 y 方向的弯曲阻尼; χ_b 为弯曲阻尼系数; m 为圆盘的质量; χ_t 为扭转阻尼系数; J 为圆盘的转动惯量; ω 为电动机的转速。

对于曲轴而言,气缸工作过程中会产生附加阻尼,其取值大小与气缸缸径以及冲程相关^[23]。由于将曲轴视为一个独立圆盘。因此,4列气缸所产生的附加阻尼的计算式为

$$C_a = 3.9 \times 10^8 \times \sum_{i=1}^4 d_i^2 S_i^2 \quad (3)$$

式中, d_i 为各气缸的缸径; S_i 为各气缸的冲程。

1.2.3 滑动轴承支撑刚度和阻尼的计算

由文献[24]可知,在不考虑油膜交叉刚度的影响下,滑动轴承在 x, y 方向的无量纲刚度和阻尼的计算式为

$$\begin{cases} \bar{K}_{\alpha x} = \frac{\partial}{\partial x} \int_{-1}^1 -\bar{p} \sin \varphi d\varphi d\lambda \\ \bar{K}_{\alpha y} = \frac{\partial}{\partial y} \int_{-1}^1 -\bar{p} \cos \varphi d\varphi d\lambda \\ \bar{C}_{\alpha x} = \frac{\partial}{\partial x'} \int_{-1}^1 -\bar{p} \sin \varphi d\varphi d\lambda \\ \bar{C}_{\alpha y} = \frac{\partial}{\partial y'} \int_{-1}^1 -\bar{p} \cos \varphi d\varphi d\lambda \end{cases} \quad (4)$$

式中, $\bar{K}_{\alpha x}, \bar{K}_{\alpha y}$ 分别为滑动轴承在 x, y 方向的无量纲支撑刚度; $\bar{p}$ 为滑动轴承油膜的无量纲压力; φ 为周向积分角度坐标; λ 为轴向积分坐标; $\bar{C}_{\alpha x}, \bar{C}_{\alpha y}$ 分别为滑动轴承在 x, y 方向的无量纲支撑阻尼。

通过式(5),将式(4)转化为有量纲的刚度和阻尼

$$\begin{cases} K_{on} = \bar{K}_{on} \mu \omega L / \zeta^3 \\ C_{on} = \bar{C}_{on} \mu L / \zeta^3 \end{cases}, \quad n = x, y \quad (5)$$

式中, μ 为润滑油动力黏度; L 为滑动轴承宽度; ζ 为轴承间隙比。

将式(1)~式(5)所计算的轴系集中质量参数进行汇总,如表1所示。

表1 轴系集中质量参数

Tab. 1 Concentrated mass parameters of the shaft system

圆盘 编号	质量 m/kg	转动惯量 $J/(\text{kg} \cdot \text{m}^2)$	扭转刚度 $K_t/(\text{N} \cdot \text{m}/\text{rad})$	弯曲刚度 $K_b/(\text{N} \cdot \text{m})$		扭转阻尼 $C_t/(\text{N} \cdot \text{m} \cdot \text{s}/\text{rad})$	弯曲阻尼 $C_b/(\text{N} \cdot \text{s}/\text{m})$
				x 方向	y 方向		
1	403	1.61	3.4×10^6	4.6×10^6		150.8	5 235
2	95	1.06	7.2×10^6	1.2×10^7		20.9	419
3	98	0.25	0.5×10^6	1.0×10^6	0.9×10^6	3.4	628

1.3 联轴器非线性刚度模型的建立

由于联轴器需要去补偿安装过程中产生的不对中现象,具有柔性特点,故而其扭转刚度在外力矩的作用下会呈现非线性特征。常见的描述联轴器非线性刚度的模型有阶跃刚度^[23]、软刚度^[25]及硬刚度^[26]模型,文献[21]^[31-32]认为,叠片联轴器在外力矩的作用下常表现为硬刚度特征,因此本文以硬刚度特性来描述联轴器扭转刚度随力矩的变化特点,如图4所示。

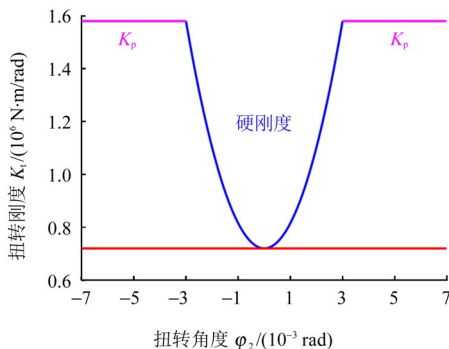


图4 联轴器扭转刚度变化特点

Fig. 4 Characteristics of coupling torsional stiffness variation

图4中联轴器硬刚度特性可表征为

$$\begin{cases} 7.2 \times 10^6 + K_s \varphi_2, & |\varphi_2| \leq 3.6 \times 10^{-3} \text{ rad} \\ K_p, & |\varphi_2| > 3.6 \times 10^{-3} \text{ rad} \end{cases} \quad (6)$$

式中, K_s 为扭转刚度变化率; φ_2 为联轴器两端的相对扭转角度; K_p 为截止扭转刚度值。

1.4 轴系激励载荷的计算

轴系外界激励载荷主要由压缩介质过程中活塞端面两侧所受的压力转化而来,由于压缩介质是通过曲柄连杆机构往复运动实现的,因此压力通过连杆转化为轴系的弯曲载荷和阻力矩,其受力分析示意图如图5所示。

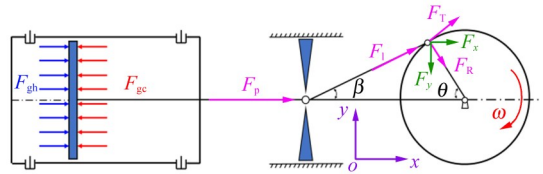


图5 轴系激励载荷分析示意图

Fig. 5 Schematic diagram of shaft system excitation load analysis

由此可以求得连杆力的表达式为

$$\begin{cases} F_p = F_{gh} + F_{gc} + F_j \\ F_j = m_j \omega^2 r (\cos \theta + \lambda \cos 2\theta) \\ F_l = F_p / \cos \beta \end{cases} \quad (7)$$

式中, F_p 为综合活塞力; F_j 为往复惯性力; F_l 为连杆力; F_{gh}, F_{gc} 分别为活塞左、右两侧的气体力; m_j 为往复质量; r 为曲柄销半径; λ 为连杆比; β 为连杆摆角; θ 为曲柄转动角度。

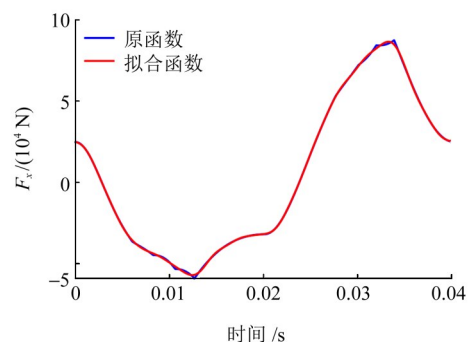
1.4.1 轴系弯曲激励载荷的计算

由图5可知,作用在曲柄销处的弯曲激励载荷可由切向力 F_T 、径向力 F_R 求得,具体表达式为

$$\begin{cases} F_T = F_l \sin(\theta + \beta) \\ F_R = F_l \cos(\theta + \beta) \\ F_x = F_R \cos \theta + F_T \sin \theta \\ F_y = F_R \sin \theta - F_T \cos \theta \end{cases} \quad (8)$$

式中, F_x, F_y 分别为 x, y 方向的弯曲激励载荷。

由此求得 F_x, F_y 随曲柄转角的变化规律,但弯曲激励载荷本质为离散数据,不利于后续振动方程的建立,因此利用傅里叶级数展开得到其具体函数表达式。图6为展开系数 $k = 15$ 时原函数与拟合函数的对比。



(a) x 方向激励力

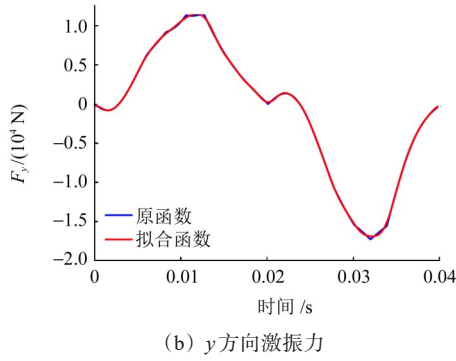


图6 弯曲载荷原函数与拟合函数的变化规律对比

Fig. 6 Comparison of the variation patterns between the bending load original function and the fitting function

1.4.2 轴系阻力矩的计算

连杆与曲柄接触点处的径向力会对曲柄中心产生力矩作用,其表达式为

$$M_R = F_T r \quad (9)$$

式中, M_R 为连杆径向力对曲柄中心产生的阻力矩。

同样利用傅里叶级数展开,拟合 M_R 在全周期内的变化规律。图7为拟合函数与原函数的对比图。

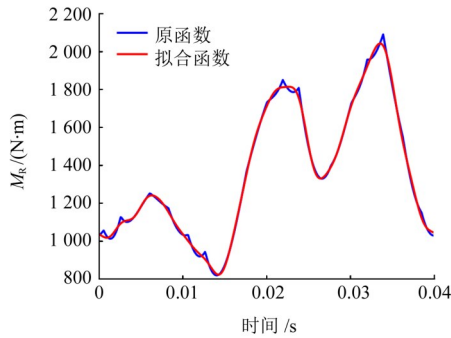


图7 阻力矩原函数与拟合函数的变化规律对比

Fig. 7 Comparison of the variation patterns between the original resistance torque function and the fitted function

1.4.3 轴系偏心激励载荷的计算

由于曲轴的异形结构特点,导致其回转中心与质心并不重合,从而产生偏心激励载荷。文献[27]指出,当忽略陀螺力矩的作用后,可以将曲轴简化为一个圆盘转子,此时假设电动机转速恒为 ω ,如图8所示。图8中, O 为曲轴回转中心; θ' 为曲轴回转角度; ϕ 为曲轴扭转角度,满足 $\theta' = \omega t + \phi$ 。

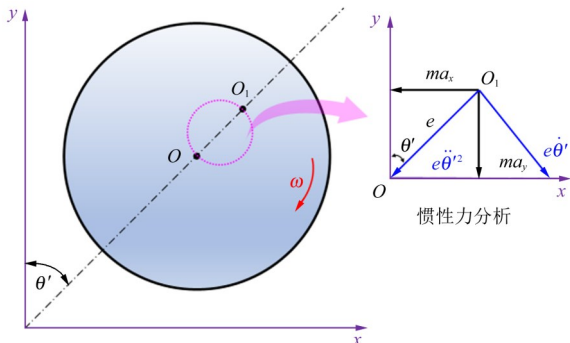


图8 曲轴偏心激励载荷分析示意图

Fig. 8 Schematic diagram of crankshaft eccentric excitation load analysis

由图8可知,当存在偏心距 e 时,在质心 O_1 处会存在切向加速度和法向加速度,从而使回转中心产生 x 、 y 方向的惯量力,并给回转中心施加附加力矩,其具体表达式为

$$\begin{cases} F_{x2} = -ma_x = me(\dot{\theta}'^2 \cos \theta' + \ddot{\theta}' \sin \theta') \\ F_{y2} = -ma_y = me(\dot{\theta}'^2 \sin \theta' - \ddot{\theta}' \cos \theta') \\ M_{e2} = me[\ddot{x} \sin \theta' - (\ddot{y} + g) \cos \theta'] \end{cases} \quad (10)$$

式中, F_{x2} 、 F_{y2} 为偏心引起的在 x 、 y 方向的偏心激励力; M_{e2} 为偏心距对曲轴回转中心施加的附加力矩; a_x 、 a_y 分别为质心在 x 、 y 方向的加速度; g 为重力加速度, $g = 9.8 \text{ m/s}^2$; $\dot{\theta}'$ 、 $\ddot{\theta}'$ 分别为曲轴回转的角速度、角加速度。

由式(10)可知,偏心距 e 为弯曲振动与扭转振动耦合的关键参数,偏心距的增加使2个方向振动耦合性增加。

1.5 轴系振动控制方程的建立

采用Lagrange原理建立轴系的振动控制方程,由此考虑了阻尼和外界激励载荷的影响,故采用第2类Lagrange方程,具体表达式为

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_i} + \frac{\partial V}{\partial q_i} + \frac{\partial D}{\partial q_i} = Q_i \quad (11)$$

式中, q_i 为独立坐标,即 $\{\phi_1, \phi_2, \phi_3\}$ 、 $\{x_1, x_2, x_3\}$ 、 $\{y_1, y_2, y_3\}$; T 为轴系动能; V 为轴系势能; D 为轴系耗散能; Q_i 为广义力。

结合图1可知,轴系动能 T 的计算式为

$$T = \sum_{i=1}^3 m_i (\dot{x}_i^2 + \dot{y}_i^2) + \sum_{i=1}^3 J_i \dot{\theta}_i^2 \quad (12)$$

式中, m_i 为各圆盘的质量; J_i 为各圆盘的转动惯量。

轴系势能包括3部分,即圆盘重力势能 V_g ,弹性势能 V_e 以及滑动轴承支撑势能 V_s ,其计算式为

$$\begin{cases} V = V_g + V_e + V_s = \sum_{i=1}^3 m_i g y_i + V_e + V_s \\ V_e = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^3 K_{xi} (x_i - x_{i-1})^2 + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^3 K_{yi} (y_i - y_{i-1})^2 + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^3 K_{ti} (\phi_i - \phi_{i-1})^2 \\ V_s = \frac{1}{2} K_{ox} x_3^2 + \frac{1}{2} K_{oy} y_3^2 \end{cases} \quad (13)$$

式中, K_{xi} 、 K_{yi} 分别为各圆盘 x 、 y 方向的刚度; K_{ti} 为各圆盘的扭转刚度; K_{ox} 、 K_{oy} 分别为轴瓦在 x 、 y 方向的支撑刚度。

引入Rayleigh函数来表示耗散能 D ,同样包括3个部分,即内阻尼耗散能 D_e 、气缸外阻尼耗散能 D_i 以及滑动轴承支撑耗散能 D_s ,其表达式为

$$\begin{cases} D_e = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^3 C_{xi} (\dot{x}_i - \dot{x}_{i-1})^2 + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^3 C_{yi} (\dot{y}_i - \dot{y}_{i-1})^2 + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^3 C_{ti} (\dot{\phi}_i - \dot{\phi}_{i-1})^2 \\ D_i = 1/2 C_a \dot{\phi}_3^2 \\ D_s = 1/2 C_{ox} \dot{x}_3^2 + 1/2 C_{oy} \dot{y}_3^2 \end{cases} \quad (14)$$

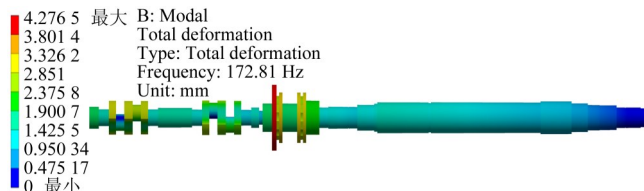
式中, C_{xi} 、 C_{yi} 分别为各圆盘 x 、 y 方向的内阻尼; C_{ti} 为各圆盘的扭转阻尼; C_{ox} 、 C_{oy} 分别为轴瓦在 x 、 y 方向的支撑阻尼。

结合式(11)~式(14),便可建立轴系弯扭耦合动力学模型,具体表达式为

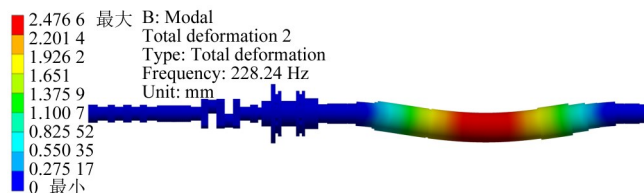
$$\begin{cases} m_1 \ddot{x}_1 + C_{x1}(\dot{x}_1 - \dot{x}_2) + K_{x1}(x_1 - x_2) = 0 \\ m_1 \ddot{y}_1 + C_{y1}(\dot{y}_1 - \dot{y}_2) + K_{y1}(y_1 - y_2) = -m_1 g \\ J_1 \ddot{\phi}_1 + C_{t1}(\dot{\phi}_1 - \dot{\phi}_2) + K_{t1}(\phi_1 - \phi_2) = M_D \\ m_2 \ddot{x}_2 + C_{x1}(\dot{x}_2 - \dot{x}_1) + C_{x2}(\dot{x}_2 - \dot{x}_3) + K_{x1}(x_2 - x_1) + \\ K_{x2}(x_2 - x_3) = 0 \\ m_2 \ddot{y}_2 + C_{y1}(\dot{y}_2 - \dot{y}_1) + C_{y2}(\dot{y}_2 - \dot{y}_3) + K_{y1}(y_2 - y_1) + \\ K_{y2}(y_2 - y_3) = -m_2 g \\ J_2 \ddot{\phi}_2 + C_{t1}(\dot{\phi}_2 - \dot{\phi}_1) + C_{t2}(\dot{\phi}_2 - \dot{\phi}_3) + K_{t1}(\phi_2 - \\ \phi_1) + K_{t2}(\phi_2 - \phi_3) = 0 \\ m_3 \ddot{x}_3 + C_{x2}(\dot{x}_3 - \dot{x}_2) + C_{x3}\dot{x}_3 + C_{ox}\dot{x}_3 + K_{x2}(x_3 - x_2) + \\ K_{x3}x_3 + K_{ox}x_3 = m_3 e(\dot{\theta}_3^2 \cos \theta_3 + \ddot{\theta}_3 \sin \theta_3) + F_x \\ m_3 \ddot{y}_3 + C_{y2}(\dot{y}_3 - \dot{y}_2) + C_{y3}\dot{y}_3 + C_{oy}\dot{y}_3 + K_{y2}(y_3 - y_2) + \\ K_{y3}y_3 + K_{oy}y_3 = m_3 e(\dot{\theta}_3^2 \sin \theta_3 - \ddot{\theta}_3 \cos \theta_3) + F_y \\ (J_3 + m_3 e^2) \ddot{\phi}_3 + C_{t2}(\dot{\phi}_3 - \dot{\phi}_2) + C_{t3}\dot{\phi}_3 + D_a \dot{\phi}_3 + \\ K_{t2}(\phi_3 - \phi_2) + K_{t3}\phi_3 = m_3 e[\ddot{x}_3 \sin \theta_3 - (\ddot{y}_3 + \\ g) \cos \theta_3] + M_R \end{cases} \quad (15)$$

2 模型准确性验证

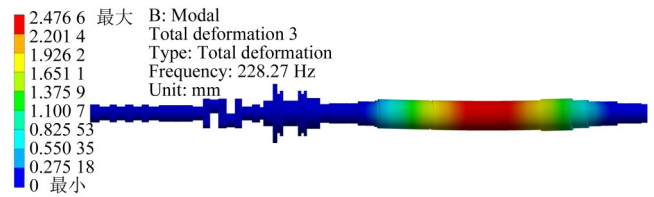
忽略式(15)中外界激励载荷、阻尼以及联轴器非线性刚度的影响,可以建立轴系自由振动下的微分方程,该方程可以求解轴系的振动模态信息。且文献[28]指出,有限元法与试验模态法所得结果误差较小,可以精确求解轴系的振动模态信息。因此,本文将有限元法所求结果作为精确解来验证轴系弯扭耦合动力学方程的准确性。由于式(15)中考虑了轴瓦的支撑刚度,因此,在有限元软件中利用 Spring 单元来还原该参数的影响,并提取轴系前3阶固有频率及振型,如图9所示。



(a) 扭转振动



(b) y-弯曲振动



(c) x-弯曲振动

图9 轴系各阶固有频率阶及振型

Fig. 9 Natural frequency orders and mode shapes of the shaft system

利用特征值法计算轴系自由振动下的弯曲方向和扭转方向的固有频率,并与图9提取的结果进行对比,如表2所示。由表2可知,有限元法与特征值法的最大误差为9.1%,两者计算结果相近,这表明轴系弯扭耦合模型具有一定的合理性和精度。

表2 特征值法与有限元法计算结果对比

Tab. 2 Comparison of results between the eigenvalue method and the finite element method

阶数	振型	固有频率/Hz		相对误差/%
		有限元法	特征值法	
1	扭转振动	172.8	176.9	2.3
2	y-弯曲振动	228.2	207.4	9.1
3	x-弯曲振动	228.3	208.9	8.5

同时将本文所得的1阶扭转固有频率与文献[29]所求结果进行对比,两者相对误差为7.5%,再次证明所建立的轴系弯扭耦合数学模型具有一定的合理性。

3 数值仿真结果分析

由于式(15)具有强烈非线性特征且2阶项存在耦合现象,因此采用4阶变步长龙格-库塔法求解其振动特性,同时取750个周期后的数据进行分析,以消除瞬态振动的影响。并通过相空间图、频谱图、轴心轨迹、分岔图以及庞加莱截面等方法研究联轴器非线性刚度轴系振动特性的影响规律。

3.1 联轴器刚度变化率对轴系振动特性的影响

联轴器的扭转刚度变化率 K_s 表示联轴器刚度特性受扭转角度的影响程度,而这种非线性特征会使轴系产生混沌或振动跳跃的现象。为此,本节探讨不同刚度变化率下曲轴振动特性变化规律。图10所示为 K_s 分别取 6.56×10^{11} 、 9.56×10^{11} 、 12.56×10^{11} 、 15.56×10^{11} N·m/rad 时曲轴扭转相空间图变化规律。图11为 K_s 取不同值时曲轴轴心轨迹变化规律图。其余仿真参数为:电动机转速 $n = 1490$ r/min,轴瓦间隙 $c = 0.1$ mm。

由图10可知,考虑联轴器硬刚度特性后,曲轴相空间出现“锯齿形”波动,且波动程度随 K_s 值的增加而减少。这表明考虑联轴器硬刚度特性后,曲轴振动状态由周期运动向混沌状态转变。由图10(a)可知,当

$K_s = 6.56 \times 10^{11} \text{ N}\cdot\text{m}/\text{rad}$ 时, 曲轴扭转速度波动最为明显, 其幅值为 2.3 rad/s , 相比于 $K_s = 0$ 时, 增加了 46.4% 。由图 10(b) 可知, 当 $K_s = 9.56 \times 10^{11} \text{ N}\cdot\text{m}/\text{rad}$ 时, 曲轴相空间的“锯齿状”波峰明显减弱, 其幅值减

小为 2.0 rad/s 。由图 10(c)、图 10(d) 可知, 当 K_s 值继续增加时, 曲轴相空间的轨迹线出现光滑特性。这表明提高联轴器扭转刚度变化率 K_s , 有助于降低曲轴的速度波动, 提高轴系的运行平稳性。

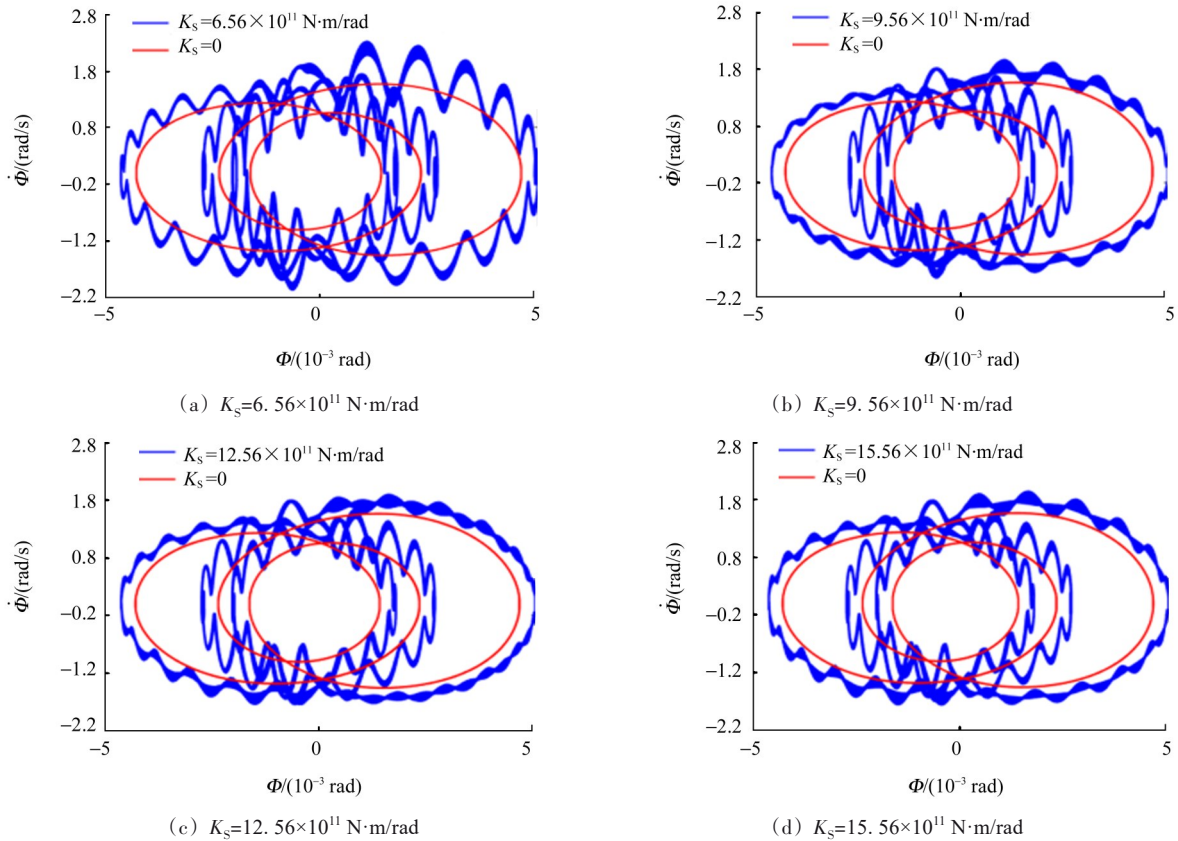


图 10 曲轴扭转方向相空间图随 K_s 的变化规律

Fig. 10 Phase space diagram of crankshaft torsional direction variation with respect to K_s

由图 11 可知, 考虑联轴器硬刚度特性后, 曲轴轴心轨迹基本不变, 这表明当曲轴具有良好的动平衡性能时, 即偏心距较小时, 联轴器的变扭转刚度特性对

曲轴弯曲振动影响较小。同时曲轴 x 、 y 方向的位移最大幅值为 $4 \times 10^{-4} \text{ m}$, 大于轴瓦间隙 $1 \times 10^{-4} \text{ m}$, 表明曲轴与滑动轴承可能会出现碰摩现象。

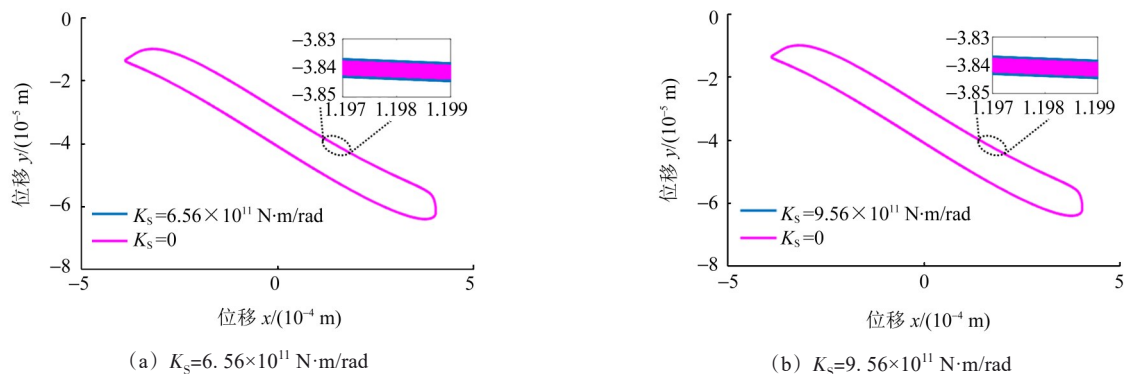


图 11 曲轴轴心轨迹随 K_s 的变化规律

Fig. 11 Variation pattern of crankshaft axis trajectory with respect to K_s

3.2 转速对轴系振动特性的影响

轴系在实际使用过程中, 也会根据工程条件进行转速调节, 而转速是影响轴系频率比的重要参数。因此, 探讨不同转速下轴系的振动特性尤为重要。本节探讨 $n = [50, 1500] \text{ r/min}$ 时, 曲轴圆盘在 φ 、 x 方向的分岔图, 并讨论联轴器硬刚度特性对曲轴分岔特性的影

响规律。图 12 为曲轴圆盘在 φ 方向的分岔图, 其余仿真参数为: $K_s = 9.56 \times 10^{11} \text{ N}\cdot\text{m}/\text{rad}$, $c = 5 \text{ mm}$ 。

由图 12(a) 可知, 在未考虑联轴器硬刚度特性时, 随着转速的增加, 轴系振动状态依次经过周期-3、倍频周期、拟周期、倍频周期、共振和周期-3 的振动状态。其中, 在 $n = 942 \text{ r/min}$ 和 $n = 1254 \text{ r/min}$ 时, 轴系产生

了共振现象。由图12(b)可知,在考虑联轴器硬刚度特性后,轴系振动状态更加复杂,其中轴系振动状态中的周期-3消失,在 $n = [50, 222]$ r/min时,轴系出现混沌的振动状态。在转速较高时,如 $n = 1\,114$ r/min和 $n = 1\,398$ r/min时,轴系发生了明显的分岔现象。最后,在联轴器硬刚度特性的影响下,轴系低转速区

域新增共振转速,即 $n = 546$ r/min,在高转速区域共振峰值出现了明显的右移现象,即变为 $n = 956$ r/min和 $n = 1\,272$ r/min,相比之前分别提高了1.2%、1.4%。为进一步比较联轴器硬刚度特性对轴系振动状态的影响规律,提取特征点 $n=100$ 、500、750、1 272 r/min时轴系频率响应变化规律,如图13所示。

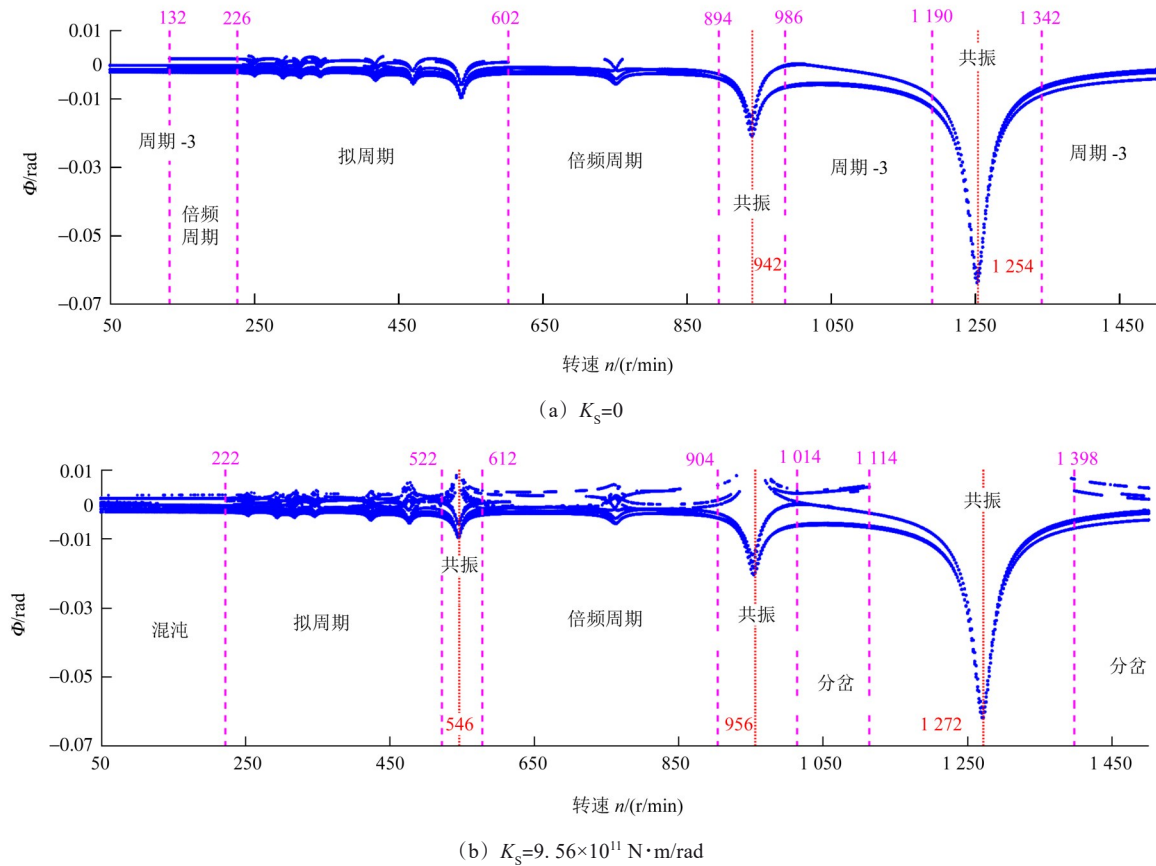
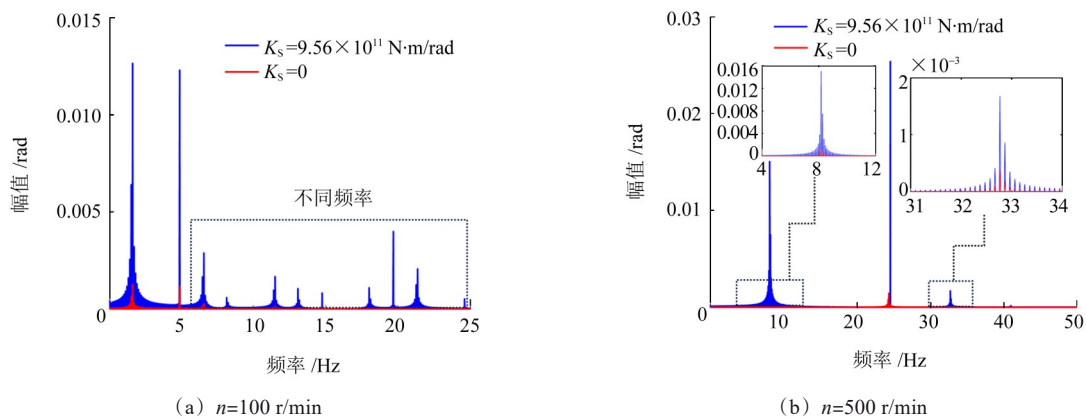


图12 联轴器硬刚度特性对轴系 φ 方向的分岔图的影响

Fig. 12 Influence of coupling stiffness characteristics on the bifurcation diagram in the φ -direction of the shaft system

由图13可知, $n = 100$ r/min时,考虑联轴器硬刚度特性后,轴系频谱图中新增了频率响应峰值线,且频率特征呈连续不间断形式,表明轴系振动状态对应混沌。当 $n = 500$ r/min时,频率响应峰值线数量降低,但基频部分频率特征仍表现出连续不间断形式,这也与轴系拟周期振动形式相对应。当 $n = 750$ r/min

时,频谱图中只存在2条响应峰值线,但 $K_s = 9.56 \times 10^{11}$ N·m/rad对应的主峰值旁存在大量的谐波响应频率特征,表明轴系振动状态为倍频周期运转。当 $n = 1\,272$ r/min时,频谱图中只存在1条响应峰值曲线,说明轴系此时发生共振现象,故频率峰值对应能量较高。



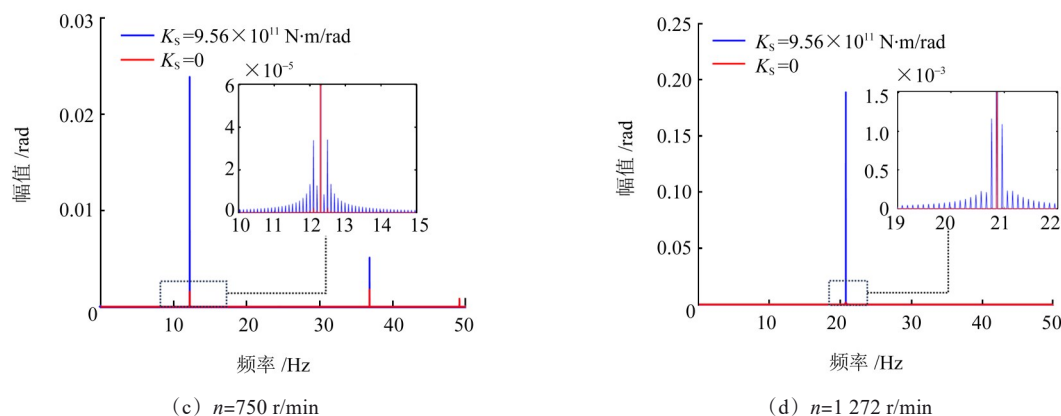


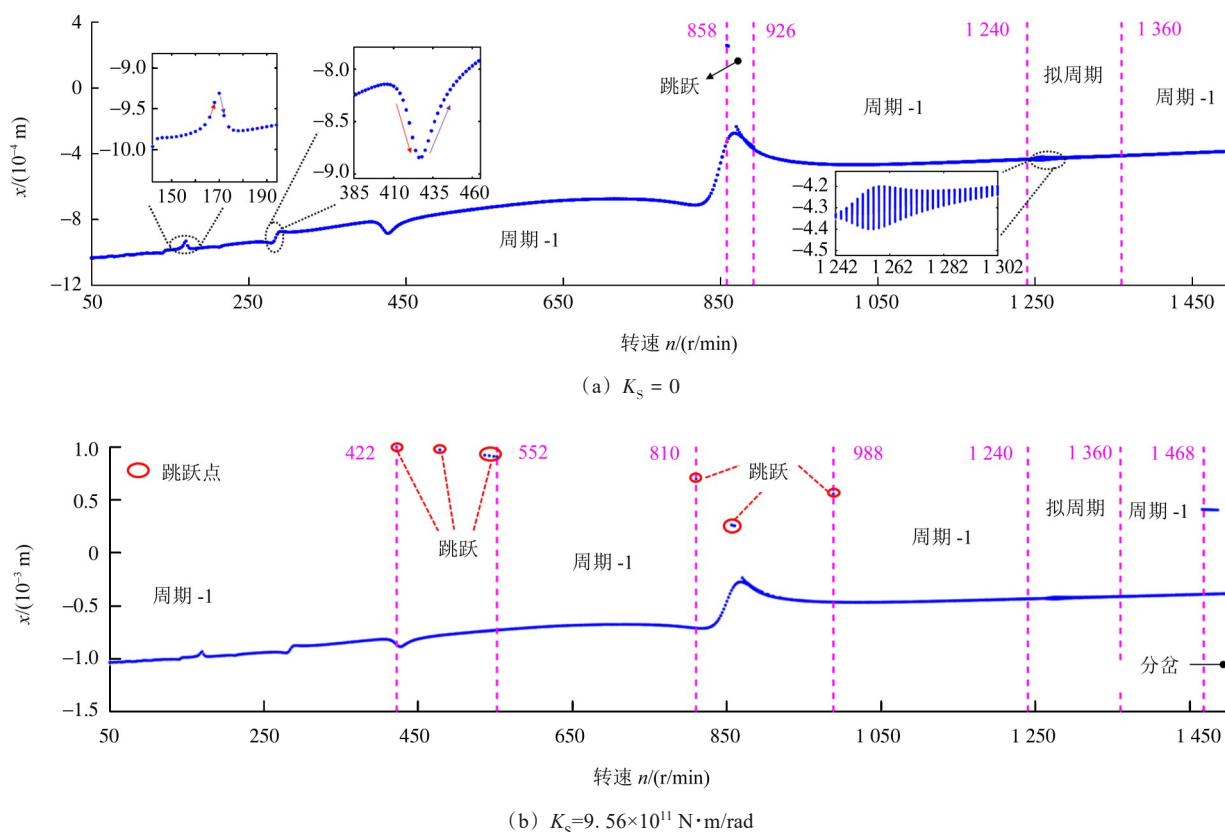
图 13 不同特征转速对应的幅频图

Fig. 13 Amplitude-frequency diagrams corresponding to different characteristic rotational speeds

同样绘制考虑联轴器硬刚度特性前、后曲轴圆盘在 x 方向的分岔图,如图 14 所示。

由图 14 可知,在未考虑联轴器硬刚度特征下,轴系依次经历周期-1、跳跃、周期-1、拟周期、周期-1 的振动状态,且 x 方向振动幅值随着转速的增大而提高,并在 $n = [858, 926]$ r/min 内发生了跳跃现象。在考虑联

轴器硬刚度特征下,轴系 x 方向振动幅值显著提高,同时新增了分岔等振动状态,且在 $n = [422, 552]$ r/min 的低转速区存在振动跳跃现象。同时高转速区的振动跳跃现象区间宽度变为 178 r/min,相比于 $K_s = 0$ 时,提高了 162%,说明考虑联轴器硬刚度特性会导致轴系振动状态更加复杂。

图 14 联轴器硬刚度特性对轴系 x 方向的分岔图的影响Fig. 14 Influence of coupling stiffness characteristics on the bifurcation diagram in the x -direction of the shaft system

3.3 轴瓦间隙对轴系振动特性的影响

轴瓦间隙是影响滑动轴系 x, y 方向阻尼、刚度的重要参数,是决定曲轴与轴瓦间是否存在碰摩故障的关键因素,为此本节探讨不同轴瓦间距下曲轴振动特性变化规律。图 15 为 c 分别取 0.01、0.05、0.25、0.50 mm 时,

曲轴 φ 方向的庞加莱截面图。其余仿真参数为:电动机转速 $n=1490$ r/min, $K_s = 9.56 \times 10^{11}$ N·m/rad。

由图 15 可知,随着轴瓦间隙 c 的增加,曲轴的庞加莱截面由聚集点发展为一条直线,且相轨迹的“锯齿形”波动现象愈加明显。同时,曲轴扭转角度 Φ 、扭转

角速度 $\dot{\Phi}$ 的值呈上升趋势,如 $c = 0.50 \text{ mm}$ 相比于 $c = 0.01 \text{ mm}$ 的扭转角度、扭转角速度幅值分别上升了

4%、5.5%,表明适当减少轴瓦间隙有助于控制轴系扭转方向的振动幅值和振动状态。

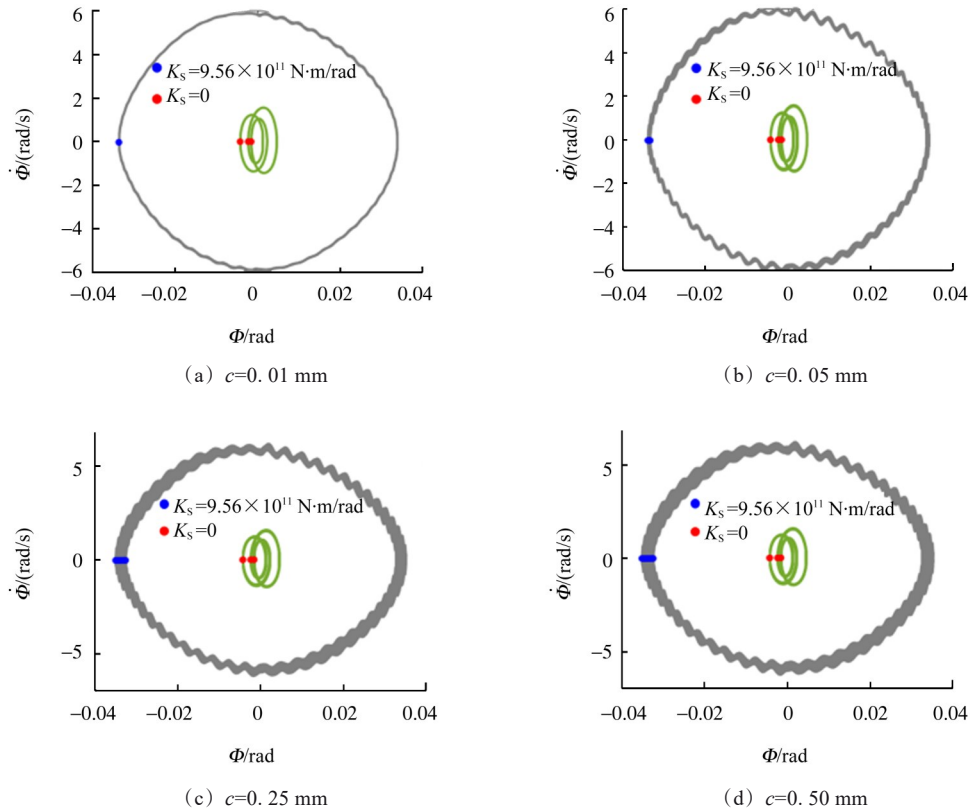


图 15 φ 方向庞加莱截面随偏心距的变化规律

Fig. 15 Variation pattern of the Poincaré section in the φ -direction with eccentricity

绘制 x 方向的轴心轨迹随轴瓦间隙 c 的变化规律,如图 16 所示。

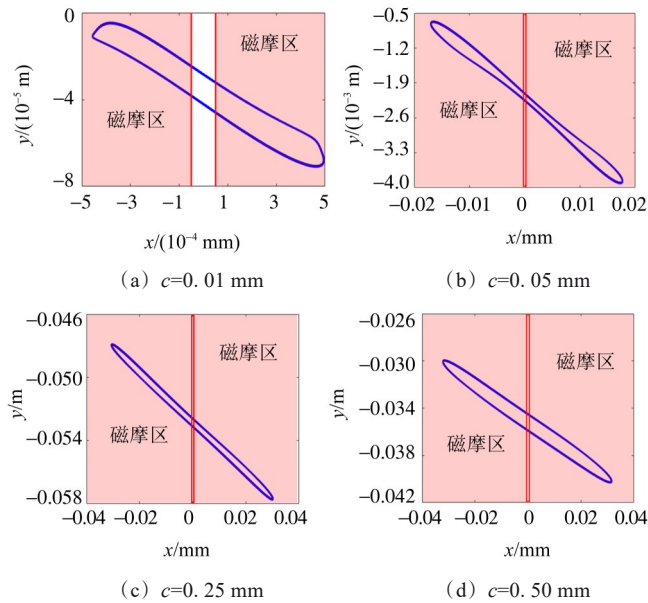


图 16 轴心轨迹随轴瓦间隙的变化规律

Fig. 16 Variation pattern of the shaft center trajectory with bearing clearance

由图 16 可知,随着轴瓦间隙 c 的增加,曲轴轴心轨迹逐渐发展为规则的“椭圆形”,同时 x 、 y 方向的振

动位移幅值整体呈逐渐增加的趋势,非碰摩区域面积逐渐减小,表明曲轴与轴瓦间的磨损将会加剧。如 $c = 0.01 \text{ mm}$ 时, x 、 y 方向的位移幅值分别为 $4.9 \times 10^{-4} \text{ mm}$ 、 $-7.1 \times 10^{-5} \text{ m}$,非碰摩区域占比为 10.5%。当 $c = 0.50 \text{ mm}$ 时, x 、 y 方向的位移幅值分别为 $3.2 \times 10^{-2} \text{ mm}$ 、 $-4.0 \times 10^{-2} \text{ m}$,非碰摩区域占比为 1.6%。

4 结论

基于 Lagrange 动力学理论,推导了考虑联轴器硬刚度特性的轴系弯扭耦合动力学方程,并在有限元模型中建立了电动机转子-联轴器-曲轴-轴承的动力学模型,验证了所提数值模型的正确性,最后研究了联轴器刚度变化率对轴系振动特性的影响规律。得到以下主要结论:

1) 考虑联轴器刚度变化率后,轴系 φ 方向相图出现“锯齿形”波动情况,且刚度变化率越大,“锯齿形”波动幅度随之增加,而 x 、 y 方向轴心轨迹并不受联轴器刚度变化率的影响。

2) 在考虑联轴器刚度变化率的基础上,以转速为分岔控制参数时,轴系 φ 方向的非线性振动现象更加明显,如新增混沌与分岔等振动行为,并出现共振峰

值右移现象,同时 x 、 y 方向振动跳跃现象区间宽度提高162%,为轴系工作转速的合理选择提供了依据。

3)在考虑联轴器刚度变化率的基础上,随着轴瓦间隙的增加,轴系 φ 方向的庞加莱截面由点发展为线,同时振动幅值逐渐升高,轴心轨迹发展为规则的“椭圆形”,并引起非碰摩区域面积减小。

参考文献(References)

- [1] 汪海. 往复式压缩机X级进排气管路系统脉动分析研究[D]. 沈阳:沈阳理工大学,2023:1-3.
WANG Hai. Study on pulsation analysis of X-stage inlet and exhaust pipeline system of reciprocating compressor[D]. Shenyang: Shenyang Ligong University, 2023: 1-3. (In Chinese)
- [2] 李首霖. 4M125型往复压缩机及其温度计套管设计分析[D]. 沈阳:东北大学,2019:1-2.
LI Shoulin. Design and analysis of thermowells for reciprocating compressor [D]. Shenyang: Northeastern University, 2019: 1-2. (In Chinese)
- [3] 湛璨. 不平衡弯扭耦合转子动力学建模及振动特性研究[D]. 北京:北京化工大学,2023:11-44.
CHEN Can. Research on modeling and vibration features of the unbalanced coupled bending-torsional rotors [D]. Beijing: Beijing University of Chemical Technology, 2023: 11-44. (In Chinese)
- [4] 张金剑,张雷克,吴嵌嵌,等. 动静偏心电磁激励下水电机组碰摩转子-轴承系统弯扭耦合振动特性分析[J]. 振动与冲击,2021,40(12):236-245.
ZHANG Jinjian, ZHANG Leike, WU Qianqian, et al. Coupled bending-torsional vibration characteristics analysis for a rotor-bearing system with rub-impact of hydraulic generating set under both dynamic and static eccentric electromagnetic excitation [J]. Journal of Vibration and Shock, 2021, 40(12): 236-245. (In Chinese)
- [5] 周生通,朱经纬,周新建,等. 组合载荷作用下动车牵引电机转子系统弯扭耦合振动特性[J]. 交通运输工程学报,2020,20(1):159-170.
ZHOU Shengtong, ZHU Jingwei, ZHOU Xinjian, et al. Bending-torsional coupling vibration characteristics of EMU traction motor rotor system under combined loads [J]. Journal of Traffic and Transportation Engineering, 2020, 20(1): 159-170. (In Chinese)
- [6] 陆春荣,李以农,宴作成,等. 齿轮-转子-轴承系统弯扭耦合非线性振动特性研究[J]. 振动工程学报,2018,31(2):238-244.
LU Chunrong, LI Yinong, DOU Zuocheng, et al. Nonlinear vibration of bending-torsion coupling gear-rotor-bearing system [J]. Journal of Vibration Engineering, 2018, 31(2): 238-244. (In Chinese)
- [7] 任朝晖,谢吉祥,周世华,等. 斜齿轮-转子-轴承弯扭轴耦合振动特性分析[J]. 机械工程学报,2015,51(15):75-89.
REN Zhaohui, XIE Jixiang, ZHOU Shihua, et al. Vibration characteristic analysis of helical gear-rotor-bearing system with coupled lateral-torsional-axial [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2015, 51(15): 75-89. (In Chinese)
- [8] 杜文龙,李威,姜耸,等. 负载激励下采煤机永磁电机转子系统弯扭耦合振动分析[J]. 振动与冲击,2023,42(7):237-244.
DU Wenlong, LI Wei, JIANG Song, et al. Flexural-torsional coupled vibration analysis of shearer permanent magnet motor rotor system under load excitation [J]. Journal of Vibration and Shock, 2023, 42(7): 237-244. (In Chinese)
- [9] SHI Y S, ZHOU J Z, LAI X J, et al. Stability and sensitivity analysis of the bending-torsional coupled vibration with the arcuate whirl of hydro-turbine generator unit [J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2021, 149: 107306.
- [10] 赵静. 柴油机传动轴系非线性振动特性研究[D]. 哈尔滨:哈尔滨工程大学,2020:25-59.
ZHAO Jing. Research on nonlinear vibration characteristics of diesel engine transmission shaft [D]. Harbin: Harbin Engineering University, 2020: 25-59. (In Chinese)
- [11] 甄满,孙涛,田拥胜,等. 膜盘联轴器-燃气轮机发电机组转子系统动力学分析[J]. 燃气轮机技术,2019,32(2):44-51.
ZHEN Man, SUN Tao, TIAN Yongsheng, et al. Dynamic analysis of gas turbine generator unit with diaphragm coupling [J]. Gas Turbine Technology, 2019, 32(2): 44-51. (In Chinese)
- [12] 马建敏,韩平畴. 柔性联轴器刚度非线性对扭转振动的影响[J]. 振动与冲击,2005,24(4):6-8.
MA Jianmin, HAN Pingchou. Influence of nonlinear stiffness of flexible coupling on torsional vibration [J]. Journal of Vibration and Shock, 2005, 24(4): 6-8. (In Chinese)
- [13] 李凌轩,姚红良,刘子良,等. 螺旋联轴器-转子系统的不对中角度慢变和突变研究[J]. 中国工程机械学报,2012,10(3):269-275.
LI Lingxuan, YAO Hongliang, LIU Ziliang, et al. Slow and sudden variations of misalignment angles for flexible coupling-rotor system [J]. Chinese Journal of Construction Machinery, 2012, 10(3): 269-275. (In Chinese)
- [14] YU Y X, DING K K, ZHAO T Y, et al. Nonlinear dynamics of flexible diaphragm coupling's rotor system during maneuvering flight [J]. The Journal of Strain Analysis for Engineering Design, 2023, 58(3): 236-254.
- [15] 王雪娇. 内燃机曲轴弯扭耦合非线性振动分析[D]. 天津:天津大学,2009:64-65.
WANG Xuejiao. The nonlinear analysis of coupled bending and torsion vibration of internal combustion engine crankshaft [D]. Tianjin: Tianjin University, 2009: 64-65. (In Chinese)
- [16] 陈宏威,向建华,刘帅,等. 曲拐弯扭耦合振动影响规律研究[J]. 小型内燃机与车辆技术,2016,45(4):65-70.
CHEN Hongwei, XIANG Jianhua, LIU Shuai, et al. The nonlinear study on coupled bending and torsion vibration of crank throw [J]. Small Internal Combustion Engine and Vehicle Technique, 2016, 45(4): 65-70. (In Chinese)
- [17] 王永亮,崔颖,韩聿,等. 转子-滑动轴承系统动力学相似性研究[J]. 振动与冲击,2017,36(1):153-160.
WANG Yongliang, CUI Ying, HAN Yu, et al. Dynamic similarity of rotor-sliding bearing systems [J]. Journal of Vibration and Shock, 2017, 36(1): 153-160. (In Chinese)

- [18] 刘杨,李炎臻,太兴宇,等. 转子-滑动轴承系统松动-碰摩耦合故障分析[J]. 振动工程学报,2016,29(3):549-554.
LIU Yang, LI Yanzhen, TAI Xingyu, et al. Characteristic analysis of looseness-rubbing coupling fault in rotor-sliding-bearing system [J]. Journal of Vibration Engineering, 2016, 29 (3) : 549-554. (In Chinese)
- [19] 孙晓东. 海洋大功率往复压缩机曲轴系统扭振特性分析[D]. 东营:中国石油大学(华东),2018:12.
SUN Xiaodong. The torsional vibration characteristics analysis of crankshaft system of marine high-power reciprocating compressor [D]. Dongying: China University of Petroleum (East China), 2018: 12. (In Chinese)
- [20] HUANG Z Q, LI T, CHEN Z, et al. Torsional vibration response characteristics and structural optimization of compressor shaft system considering the effect of variable inertia[J]. Iranian Journal of Science and Technology, Transactions of Mechanical Engineering, 2023,47(2):527-540.
- [21] 赵英豪. 束腰型叠片联轴器的力学特性研究[D]. 南京:南京航空航天大学,2020:31-34.
ZHAO Yinghao. Research on mechanical characteristics of beam waist type laminated coupling [D]. Nanjing: Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2020: 31-34. (In Chinese)
- [22] HUANG Q W, YAN X P, ZHANG C, et al. Coupled transverse and torsional vibrations of the marine propeller shaft with multiple impact factors[J]. Ocean Engineering, 2019, 178:48-58.
- [23] 周欣. 特种车辆柴油机传动系统非线性扭转振动计算研究[D]. 上海:上海交通大学,2017:16-17,83-89.
ZHOU Xin. Research on nonlinear torsional vibration of transmission system for special vehicles [D]. Shanghai: Shanghai Jiao Tong University, 2017: 16-17, 83-89. (In Chinese)
- [24] 史冬岩,张成,任龙龙,等. 滑动轴承压力分布及动特性系数[J]. 哈尔滨工程大学学报,2011,32(9):1134-1139.
SHI Dongyan, ZHANG Cheng, REN Longlong, et al. Research on the oil film pressure and dynamic coefficient of a sliding bearing [J]. Journal of Harbin Engineering University, 2011, 32(9) : 1134-1139. (In Chinese)
- [25] 王海,温建明. 齿式橡胶联轴器动力力学建模与分析[J]. 石家庄铁道大学学报(自然科学版),2014,27(1):35-39.
WANG Hai, WEN Jianming. Dynamic modeling and analysis of gear rubber coupling [J]. Journal of Shijiazhuang Tiedao University (Natural Science Edition), 2014, 27(1) : 35-39. (In Chinese)
- [26] 李芳,蔡耀全,朱来刚. 冲击载荷下弹性联轴器刚度非线性特性影响[J]. 舰船电子工程,2014,34(11):143-145.
LI Fang, CAI Yaoquan, ZHU Laigang. Stiffness non-linear response of elastic coupling under impact load [J]. Ship Electronic Engineering, 2014, 34(11) : 143-145. (In Chinese)
- [27] 张雷克,张金剑,王雪妮,等. 水电机组转子-转轮弯扭耦合振动特性分析[J]. 水力发电学报,2021,40(9):102-112.
ZHANG Leike, ZHANG Jinjian, WANG Xueni, et al. Analysis on coupled bending-torsional vibration behaviors of rotor-runner system of hydropower units [J]. Journal of Hydroelectric Engineering, 2021, 40(9) : 102-112. (In Chinese)
- [28] QUINZ G, KLANNER M, ELLERMANN K. Balancing of flexible rotors supported on fluid film bearings by means of influence coefficients calculated by the numerical assembly technique [J]. Energies, 2022, 15(6) : 2009.
- [29] LI T, CHEN Z, ZHANG K H, et al. Analysis of the influence of piston-cylinder friction on the torsional vibration characteristics of compressor crankshaft system [J]. Nonlinear Dynamics, 2022, 110 (2) : 1323-1338.

Analysis of bending-torsion coupling vibration characteristics of compressor shaft system considering hardening stiffness characteristics

ZHANG Hao ZHAO Xiang ZHANG Dongmei ZUO Song

(PLA Joint Logistics Support Force University of Engineering, Chongqing 401331, China)

Abstract: [Objective] This study aims to investigate the influence of coupling variable stiffness characteristics on the vibration behavior of the shaft system. The motor rotor-coupling-crankshaft-bearing system of a compressor was selected as the research object. [Methods] A coupled bending-torsion dynamic model of the shaft system was constructed using the Lagrange method. The effects of variable stiffness, rotational speed, and bearing clearance on the vibration response and nonlinear behaviors were analyzed through numerical simulations. [Results] The results indicate that variable stiffness characteristics lead to "sawtooth" fluctuations in phase space, while the shaft center trajectory remains largely unaffected. As rotational speed increases, hardening stiffness induces nonlinear behaviors such as chaos and bifurcation, causing a rightward shift of resonance peaks, phase space fluctuations decrease with reduced bearing clearance. These findings provide a basis for predicting vibration behavior and guiding speed selection for shaft systems.

Key words: Compressor shaft system; Bending-torsional coupling; Hardening stiffness; Nonlinear dynamics; Bifurcation

Corresponding author: ZHAO Xiang, E-mail: 544623422@qq.com

Received: 2024-03-08

Revised: 2024-07-15

(编辑:李立)